

基于类自适应高斯-马尔可夫随机场模型和EM算法的MR图像分割

王文辉 冯前进 刘磊 陈武凡

(南方医科大学医学图像处理重点实验室, 广州 510515)

摘要 高斯-马尔可夫随机场模型既利用了图像像素的灰度信息,又通过像素类别标记的 Gibbs 光滑先验概率引入了图像的空间信息,是能较好地分割含有噪声图像的模型,然而,Gibbs 惩罚因子 β 的确定却一直是个难点,为获得好的分割效果,通常用多个 β 值人工尝试。本文针对此问题,提出了一种新的、简单的、类自适应的惩罚因子 β ,其利用后验概率来自动计算,并具有各类各向异性。再将模型利用 EM-MAP 算法来迭代求解。最后,将该算法应用于 MR 图像的分割,实验结果表明,该算法能自适应地、有效地分割噪声图像,并具有较高的正确分类率和类正确分类率。

关键词 高斯-马尔可夫随机场 类自适应 惩罚因子 EM-MAP 图像分割

中图法分类号:TP391.41 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)03-0488-06

Segmentation of Brain MR Images Through Class-adaptive Gauss-Markov Random Field Model and the EM Algorithm

WANG Wen-hui, FENG Qian-jin, Liu Lei, CHEN Wu-fan

(Key Laboratory of Medical Image Processing, Southern Medical University, Guangzhou 510515)

Abstract Gauss-Markov random field model takes advantage of both image intensity and spatial information imposed by Gibbs smoothness prior to the pixel labels and thus can be used to effectively in segmenting the noisy images. However it is always difficult to confirm the Gibbs penalty factor β . As usual, to get good segmentation result for every segmenting-to-be image, various values of β will be tested by hand. So to solve this problem, this article defines a new and simple class-adaptive penalty factor β . It is automatically calculated from the posterior probability and is anisotropic for each class. Furthermore the model iteratively obtains their parameters estimation in the EM-MAP algorithm. Finally, by application of this algorithm to brain MR Image segmentation, the proposed segmentation scheme is proved effective for noisy image and at the same time it distinguishes itself by higher correct classification ratio and correct classification ratio for each class.

Keywords Gauss-Markov random field, class-adaptive, penalty factor, EM-MAP, image segmentation

1 引言

图像分割是指根据图像的灰度、位置等信息进行像素分组,常见的有基于边界的分割、基于区域的分割、标记像素的分割、多方法混合分割等^[1]。医学

图像分割对临床辅助诊断、量化分析、精准放射治疗等都具有重要意义。近年来在图像分割领域,有限混合模型,特别是有限高斯混合模型(FGMM)最为常用^[2,3]。但FGMM只利用了像素的灰度信息,而没有利用位置信息,如像素的邻域信息。由于噪声和部分容积效应及伪影等人工因素的影响,其分

基金项目:国家重点基础研究发展规划“973”项目(2003CB716104)

收稿日期:2007-02-28;改回日期:2007-07-10

第一作者简介:王文辉(1978~),男。现为南方医科大学医学图像处理重点实验室硕士研究生。主要从事医学图像分析与检索方面的研究。E-mail: thineeyes@163.com

通讯作者:陈武凡, E-mail: chenwf@fimmu.com

割结果往往不准确,且在各分割出来的类中产生粗粒及碎片^[4]。马尔可夫随机场(MRF)理论很好地描述了当前像素与其邻域中像素之间的相互关系,能较好地分割噪声图像,获得了广泛关注和应用^[6,7],但其只利用了像素的邻域信息,不能很好地保持图像细节。因而近年来,出现了大量的采用空间位置受限的FGMM的研究^[1,4,9,10],以利用像素的空间信息,结合灰度信息进行像素聚类分割。Ruf和Greenspan等人采用了K-means和FGMM的结合,用多个高斯分布来表示每一类,每一个高斯分布表征一个局部区域中像素的空间信息和灰度信息^[4]。其主要缺点是在将一个大面积划分为多个高斯分布的结合时,需手工设置划分阈值。Zhang, Sanjay-Gopal和Blekas等人都采用了FGMM模型和MRF模型的结合^[1,8,9],即高斯-马尔可夫随机场(G-MRF)模型^[8-10]。其将像素类别标记(PL)作为随机变量,利用Gibbs MRF得到PL的先验概率,结合FGMM得到PL的后验概率。将该模型利用期望最大化-最大后验(EM-MAP)算法,最终获得PL的最大后验概率(MAP)估计。Gibbs MRF场对PL加入了空间信息,因而产生了空间连续的聚类,较好地滤掉了噪声。但通常对于不同的待分割图像,需要对Gibbs MRF采用不同的惩罚因子 β 才能获得好的分割结果。 β 的选择一直是一个难点,一般采取多次尝试、人工选定的方式来选取,然后整幅图像数据共用一个选定的惩罚因子^[10]。繁琐的尝试显然使算法不具有实用性。同时,对于图像数据的不同类别及不同方向,采用相同的 β 就假设了图像是各类各向同性的,而医学图像一般为各类各向异性的,这种假设显然会影响正确的分割。因此,自适应 β 的计算很有意义。Nikou等人首次提出了类自适应惩罚因子 β 的概念^[10],其算法中像素类别标记的Gibbs先验概率采用了复杂的计算形式。

本文算法则采用形式简单的马尔可夫随机场的多级逻辑模型(MLL)来引入先验概率,提出了一种新的、简单的、类自适应的惩罚因子 β 的计算方法;将PL作为随机变量,以Gibbs场先验概率的形式引入位置信息;以K-means算法做初始聚类,用EM-MAP算法迭代求解,并据MAP原则提出迭代运算终止条件,再利用最大化的后验概率来计算 β ,较好地解决了 β 不能自动获得的问题。用本文算法分割MR图像,实验结果表明,该算法对 β 初值不再敏感,具有良好的自适应性,不再需要经过多次繁琐的错误尝试再人工选定 β 值,并具有良

好的分割结果。

2 类自适应的G-MRF模型

采用类自适应的惩罚因子的G-MRF模型即为类自适应的G-MRF模型

2.1 G-MRF分割模型及其EM算法

设 $L = \{1, 2, \dots, \ell\}$, $E = \{1, 2, \dots, e\}$

$S = \{1, 2, \dots, N\}$, L 为像素类别标记(PL)集, ℓ 表示第 ℓ 类, D 为灰度集, S 为有 N 个像素的图像的像素集。图像分割即为对图像上每一像素分配一个PL集中的变量 ℓ 。分割结果为

$$X = \{x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_N) \mid x_i \in L, i \in S\}$$

设图像的灰度信息表示为

$$Y = \{y = (y_1, \dots, y_i, \dots, y_N) \mid y_i \in D, i \in S\}$$

设分割得到的PL集 X 是定义在 S 上的MRF随机场, S 上的一点 i 的邻域为 N_i , $i \notin N_i$,若 $j \in N_i \Leftrightarrow i \in N_j$, $N = \{N_i, i \in S\}$ 是 S 的邻域系统。 $\forall \ell \in L, i \in S$:

$$P(x_i = \ell \mid x_{N_i}) = P(\ell)$$

而此模型中认为 X 是MRF的一个实现,则

$$P(X) = \frac{1}{Z} \exp(-U(X)) \quad (1)$$

这里,

$$U(x) = \beta \sum_{c \in C} V_c(x) \quad (2)$$

是势能团上的势函数, $C = \{(i, i') \mid i' \in N, i \in S, c \text{ 为 } C \text{ 中元素}, V_c(x) = -\delta(x_i - x_{i'})\}$ 。 $Z = \sum_{i=1}^K \exp(-U(x))$,叫作配分函数,是正则化常量。 β 是邻域对中不相同PL的惩罚因子,用于控制分割光滑程度^[11]。

假设图像的每一类 ℓ 的像素灰度 $y_i, i \in S, x_i = \ell$,符合 $\theta_\ell = \{\mu_\ell, \sigma_\ell\}$ 高斯分布

$$p(y_i \mid x_i) = g(y_i; \theta_\ell) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\ell} \exp\left(-\frac{(y_i - \mu_\ell)^2}{2\sigma_\ell^2}\right) \quad (3)$$

则高斯-马尔可夫随机场模型^[9]表示为

$$p(y_i \mid x_{N_i}, \theta) = \sum_{\ell \in L} g(y_i; \theta_\ell) p(\ell \mid x_{N_i}) \quad (4)$$

变量 X, Y 的联合似然概率为

$$P(X, Y) = \prod_{i \in S} P(x_i, y_i) = P(Y \mid X) P(X) = \prod_{i \in S} P(y_i \mid x_i) P(x_i) \quad (5)$$

设 \hat{X} 是 X 的估计, \hat{x}_i 是 i 像素的分割结果,即

PL, x_i^* 是像素 i 的真实 PL, \hat{x}_i 则为 x_i^* 的估计。根据 MAP 原则:

$$\hat{x}_i = \operatorname{argmax}_{x \in X} \{P(\mathbf{Y}|\mathbf{X})P(\mathbf{X})\} \quad (6)$$

经推导^[8]得下式:

$$\hat{x}_i = \operatorname{argmin}_{x \in X} \{U(\mathbf{Y}|\mathbf{X}) + U(\mathbf{X})\} \quad (7)$$

其中,

$$U(\mathbf{Y}|\mathbf{X}) = \sum_{i \in S} \left[\frac{(y_i - u_{x_i})^2}{2\sigma^2} + \log(\sigma_{x_i}) \right] \quad (8)$$

将 G-MRF 应用 EM 算法得:

$$\begin{cases} \mu_\ell^{(t+1)} = \frac{\sum_{i \in S} P^{(t)}(\ell | y_i) y_i}{\sum_{i \in S} P^{(t)}(\ell | y_i)} \\ (\sigma_\ell^{(t+1)})^2 = \frac{\sum_{i \in S} P^{(t)}(\ell | y_i) (y_i - \mu_\ell)^2}{\sum_{i \in S} P^{(t)}(\ell | y_i)} \\ P^{(t)}(\ell | y_i) = \frac{g^{(t)}(y_i; \theta_\ell) \cdot P^{(t)}(\ell | x_{N_i})}{\sum_{\ell \in L} g^{(t)}(y_i; \theta_\ell) \cdot P^{(t)}(\ell | x_{N_i})} \end{cases} \quad (9)$$

$$P^{(t)}(\ell | y_i) = \frac{g^{(t)}(y_i; \theta_\ell) \cdot P^{(t)}(\ell | x_{N_i})}{\sum_{\ell \in L} g^{(t)}(y_i; \theta_\ell) \cdot P^{(t)}(\ell | x_{N_i})} \quad (10)$$

上标 t 表示第 t 次迭代。设

$$U^*(t) = \sum_{i \in S} \{U^{(t)}(\mathbf{Y}|\hat{\mathbf{X}}) + U^{(t)}(\hat{\mathbf{X}})\} \quad (11)$$

根据式(7)、式(11),得到 EM 算法迭代终止条件:

$$\left| \frac{U^*(t+1) - U^*(t)}{U^*(t)} \right| \leq 0.1\% \quad (12)$$

2.2 类自适应的惩罚因子及势函数

式(2)中 β 值通常为人工选取,且式(2)中对整幅图像各像素的邻域系统均采用共同的 β 值,即预先假设了图像数据的不同类别间是同质的,且整幅图像为各向同性的。这显然是不符合图像实际的假设,分割结果会因此丢失细节信息。

文献[10]中通过假设 $\hat{\pi}_j^i = \frac{1}{|N_i|} \sum_{m \in N_i} \pi_j^m$, $|N_i|$ 为邻域中像素个数, π_j^m 表示像素 m 被标记为第 j 类, $\hat{\pi}_j^i$ 表示 π_j^i 的估计值。并假设 $p(|N_i|(\pi_j^i - \hat{\pi}_j^i)) = N(0, \beta^2)$ 来定义 G-MRF 中关于数据集 \mathbf{H} 的先验概率:

$$p(\mathbf{H}) \propto \prod_{d=1}^D \prod_{j=1}^K \beta_{j,d}^{-N} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^N \left(\sum_{m \in N_i^d} (\pi_j^i - \pi_j^m) \right)^2}{\beta_{j,d}^2} \right]$$

式中, $\prod = \{(\pi^1)^T, (\pi^2)^T, \dots, (\pi^N)^T\}$ 。虽然最后 $\beta_{j,d}^{2(t+1)}$ 具有较简单的计算形式,但 π_j^i 的计算则相当复杂。

马尔可夫随机场的 MLL 模型是 auto-logistic 模型的推广。仅考虑邻域像素对的 MLL,由于其简单性,常被应用于模型区域或纹理^[11]。本文算法则根据 MLL 模型,定义

$$V_c(x) = \begin{cases} -1 & \text{当 } x_j = x_j \\ 1 & \text{其他} \end{cases} \quad (13)$$

并借鉴文献[10]算法思想,将式(2)定义的势函数改进为采用类自适应的惩罚因子:

$$U(x_j) = \sum_{d=1}^D \beta_{j,d} V_c(x) \quad (14)$$

再定义类自适应的惩罚因子:

$$\beta_{j,d}^{(t)} = \sqrt{\frac{\sum_{i \in S} \sum_{m \in N_i^d} (p_j^i - p_j^m)^2}{N/k}} \quad (15)$$

j, d 分别表示类别和邻域的不同方向, D 为方向数,本文采用 8 邻域。 p_j^i, p_j^m 分别表示像素 i 及其 d 方向上邻域像素 m 属于类 j 的后验概率。这样定义的原因是认为:像素的后验概率是关于图像信息的提炼,像素同其邻域属于某类的后验概率的差别能反映图像信息的变化。由于采用 EM-MAP 算法,所以 $\beta_{j,d}$ 是根据最大化的后验概率 p_j^i, p_j^m 来自适应地调整,使不同类别不同方向的邻域都采用不同的 β 值。 k 用于调整惩罚因子的比例系数,一般采用 $k=2$ 。将计算得到的 $\beta_{j,d}$ 值,通过式(14)、式(1),结合到 G-MRF 的 EM 算法中。

显然本文算法在利用 MRF 场的邻域先验信息方面,模型上更简单,因而计算上也更简单,算法也易于实现。

3 分割算法及实验

本文算法属于贝叶斯方法,采用了基于 MAP 的 EM 算法。

3.1 算法描述

(1) 以 K-means 算法进行初始分割,得到各类的初始均值和方差及初始分割结果:

$(u_1, \sigma_1^2; u_2, \sigma_2^2; \dots; u_k, \sigma_k^2), \mathbf{X}^0$, 并初始化所有 $\beta_{j,d}$ 为 0。

(2) E 步:用式(8)、式(14)分别计算 $U(y|$

x), $U(x)$, 然后根据式(7)得到各 PL; 根据式(1)、式(14)和式(13)得到 $P(\ell | x_{N_i})$, $\ell \in L$, 然后以此结合式(10), 计算得后验概率 $P^{(l)}(\ell | y_i)$; 计算 U^* 。

(3) M步:用式(15)更新 $\beta_{j,d}$, 用式(9)更新 u_ℓ , σ_ℓ^2 。

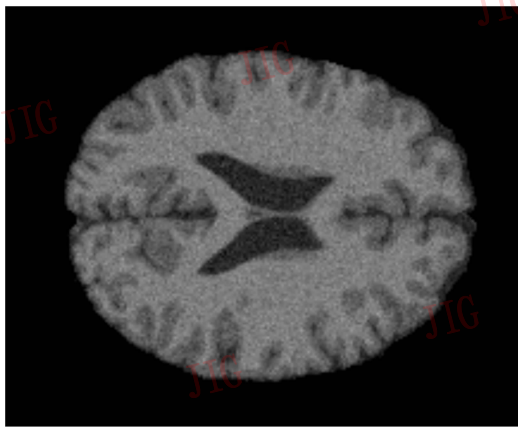
(4) 迭代执行 E 步和 M 步, 直到满足终止条件式(12)为止。

3.2 实验及分析

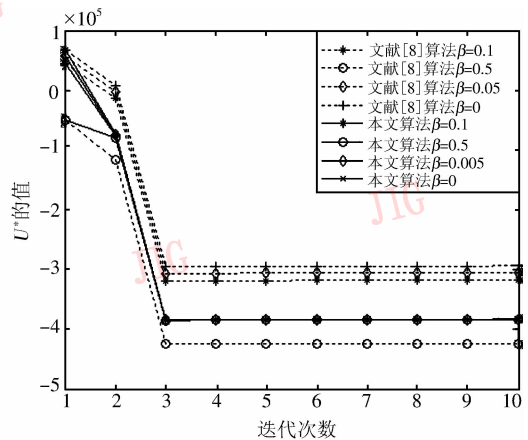
为了验证本文算法的有效性, 进行了大量的 MR 图像分割实验。本文算法主要是采用类自适应的思想来改进文献[8]算法中 β 的不能自动选择, 及 β 各类、各向同性的缺点。为此, 将本文算法和文献[8]算法进行了比较。通过对来自 BrainWEB 的、

高噪声的脑部仿真 MR 图像分割来展示测试。将该图像分割为白质(WM)、脑脊液(CSF)和灰质(GM)3类。

图1(a)给出了来自 BrainWEB, 9% 噪声, 第 95 层 MR 图像。图1(b)给出了用本文算法和文献[8]算法对于 β 取不同初始值, 进行 10 次迭代关于 U^* 值的收敛情况, 显示两算法都有较好的收敛性, 算法终止条件正确。由于本文算法采用的 β 是从后验概率计算而来, 随着后验概率逐渐趋于稳定, 从图可看出迭代 3 步后, 本文算法 4 条取不同 β 初值计算得到的 U^* 值几乎重合。本文算法和文献[8]算法迭代 3 步后, U^* 都不再变化, 说明已经获得了最大化的后验概率, 按照本文算法的收敛条件式(12), 算法在第 4 次之后结束。



(a) 待分割图像



(b) 两种算法的迭代曲线

图1 两种算法中 U^* 的收敛情况

Fig. 1 The convergence of the two kinds of algorithm in term of U^*

从图2可看出, 文献[8]算法分割的好坏依赖于 β 的初始取值, β 值太大, 则邻域信息太强, 丢失了图像细节; β 值太小, 则邻域信息太弱, 又不能滤掉噪声。因此, 要获得好的分割效果, 对不同图像, 通常需采用多个不同的 β 值反复地尝试。 β 值越小, 滤噪能力越差, 这是因为 β 值越小, 式(1)中 Gibbs 光滑先验概率更趋进于 1, 即利用空间邻域信息越少。当 $\beta = 0$

时, 分析易知, 文献[8]算法退化为 FGMM 的算法, 算法不具有滤噪的能力。本文算法则设定初值 $\beta = 0$, 再利用每次迭代中得到的后验概率来自动计算 β 值, 不需要尝试 β 值, 并得到好的分割结果。

表1为用本文算法分割图1(a)中图像, 第2次迭代时, 得到的 β 值。可以看出 β 具有各类各向异性。

表1 本文算法分割图1(a)中图像, 第2次迭代时得到的 β 值

Tab. 1 Parameters $\beta_{j,d}$ in the second iteration when the proposed algorithm is adopted in the image in Fig. 1(a)

类别 j	$\beta_{j,1}$	$\beta_{j,2}$	$\beta_{j,3}$	$\beta_{j,4}$	$\beta_{j,5}$	$\beta_{j,6}$	$\beta_{j,7}$	$\beta_{j,8}$
$j = 1$ (WM)	0.287 5	0.259 4	0.287 6	0.245 9	0.245 9	0.287 6	0.259 4	0.287 5
$j = 2$ (CSF)	0.394 0	0.372 4	0.398 3	0.368 7	0.368 7	0.398 3	0.372 4	0.394 0
$j = 3$ (GM)	0.336 5	0.318 0	0.338 7	0.318 4	0.318 4	0.338 7	0.318 0	0.336 5

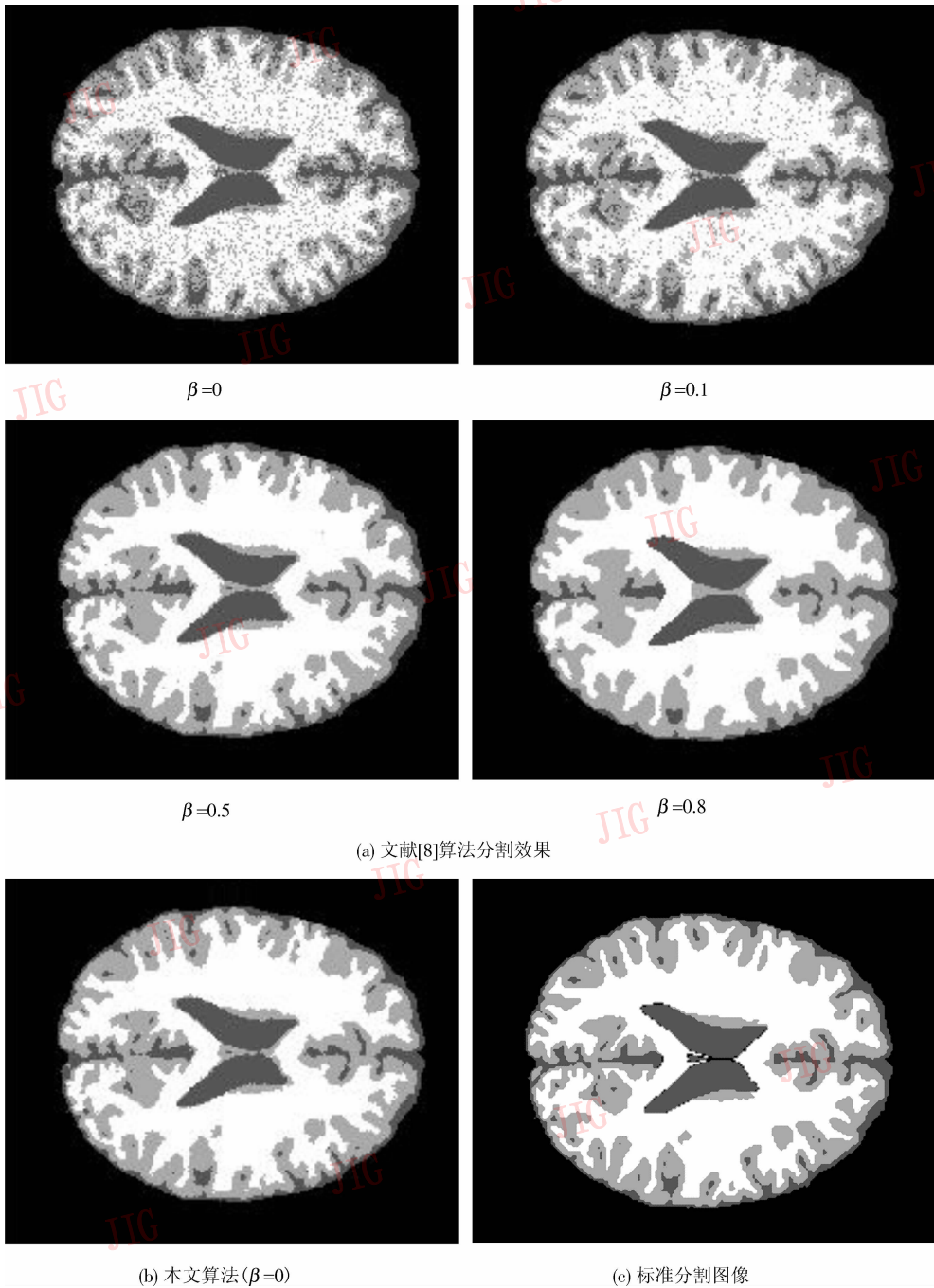


图 2 算法比较

Fig. 2 Comparisons of the two kinds of algorithm

表 2 为本文算法和文献[8]算法正确分类率 (CCR) 及类正确分类率 (CCRC) 的比较。可以看出, 本文算法具有比文献[8]算法的最好分割结果还高的 CCR 和 CCRC。

采用定义^[10]:

$$CCR = \sum_{j=1}^K \frac{|GT_j \cap Seg_j|}{|GT|} \quad (16)$$

定义类正确分类率 (CCRC):

$$CCRC_j = \frac{|GT_j \cap Seg_j|}{|GT_j|} \quad (17)$$

GT_i 为表示第 i 类的标准分割, Seg_i 表示第 i 类的算法分割, $GT = \bigcap_{j=1}^K GT_j$, K 表示分割的总类数, $CCRC_j$ 表示第 j 类正确分类率。

表2 两种算法的CCR和CCRC

Tab.2 CCR and CCRC of the two kinds of algorithm

算法		WM 的	CSF 的	GM 的	CCR (%)
		CCRC (%)	CCRC (%)	CCRC (%)	
文献 [8] 方法	$\beta = 0$	98.28	70.66	76.19	77.73
	$\beta = 0.1$	98.04	78.15	83.13	83.74
	$\beta = 0.8$	88.36	92.60	94.26	92.76
	$\beta = 0.5$	92.88	91.24	94.49	93.11
本文算法		93.96	91.41	94.25	93.22

4 结 论

G-MRF模型由于既利用了像素的灰度信息,又通过PL的Gibbs光滑先验概率引入空间信息,能较好地分割噪声图像。由于本文采用了K-means做初聚类,较好地限制了迭代次数,并在一定程度上避免了EM算法的局部极值问题。通过最大化的后验概率来自动获得的惩罚因子 β ,具有良好的类自适应性,且具有各类各向异性。使基于G-MRF模型的算法不再需要通过多次繁琐的尝试 β 值,就能得到好的分割效果,提高了分割效率,且具有更高的CCR和CCRC。本文算法是非监督算法,但仍未解决图像处理中分割类数自动确定的开放性问题。

参考文献 (References)

- 1 Blekas K, Likask A, Galatsanos N P. A spatially constrained mixture model for image segmentation [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2005, 16(2): 494 ~ 498.
- 2 Wells W M, Grimson E L, Kikinis R, et al. Adaptive segmentation of MRI data [J]. IEEE Transactions on Medical. Image, 1996, 15(8):

429 ~ 442.

- 3 Guillemaud R, Brady J M. Estimating the bias field of MR images [J]. IEEE Transactions on Medical Image, 1997, 16(7): 238 ~ 251.
- 4 Ruf A, Greenspan H, Goldberger J. Automated tissue classification of noisy MR images of the brain using the constrained multiple multivariate Gaussian mixture model [EB/OL]. http://www.eng.tau.ac.il/~shiri/mip_lab/cgmm.htm, 2007-03-28/2007-04-03.
- 5 Yan Gang, Chen Wu-fan, Feng Yan-qiu. Generalized fuzzy gibbs random field and research on algorithm for MR image segmentation [J]. Journal of Image and Graphics, 2005, 10(9): 1082 ~ 1088. [颜刚, 陈武凡. 广义模糊 gibbs 随机场与 MR 图像分割算法研究 [J]. 中国图象图形学报. 2005, 10(9): 1082 ~ 1088.]
- 6 Yan Gang, Chen Wu-fan, Feng Yan-qiu. Improvement of finite mixture model based on gibbs random theory and robust segmentation for brain MR images [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering. 2003, 22(6), 193 ~ 198. [颜刚, 陈武凡, 冯衍秋. 基于 gibbs 随机场的有限混合模型改进与脑部 MR 图像的稳健分割 [J]. 中国生物医学工程学报, 2003, 22(6): 193 ~ 198.]
- 7 Li Xu-chao, Zhu Shan-an. Application of FGMM-MRF hierarchical model to image segmentation [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2005, 17(12): 2660 ~ 2664. [李旭超 朱善安. FGMM-MRF 层次模型在图像分割中的应用 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(12): 2660 ~ 2664.]
- 8 Zhang Yongyue, Brady Michael, Smith Stephen. Segmentation of brain MR images through a hidden markov random field model and the expectation-maximization algorithm [J]. IEEE Transactions on Medical Image, 2001, 20(1): 45 ~ 57.
- 9 Sanjay-Gopal S, Thomas J Hebert. Bayesian Pixel classification using spatially variant finite mixtures and the generalized EM algorithm [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(7): 1014 ~ 1028.
- 10 Nikou Christophoros, Galatsanos Nikolaos, Likas Aristidis. A class-adaptive spatially variant mixture model for image segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(4): 1121 ~ 1130.
- 11 Li S Z. Markov Random Field Modeling in Image Analysis [M]. Tokyo: Springer-Verlag, 2001: 19 ~ 21.